

نکاتی چند در رابطه با آموزش ریاضی

مسئله چیست؟

• سألہ را می توان به زبان ساده تعریف کرد . هر گاه فردي بخواهد کاري انجام دهد ولي نتواند به هدف خود برسد ، برايش مسألہ ايجاد مي شود . به عبارت ديگر هر موقعيت مبهم يك مسألہ است .

• حل مسألہ نوعي از يادگيري بسيار پيچيده است . مسألہ و تلاش براي حل آن جزئي از زندگي هر فرد است . فرآيند برخورد با شرايط زندگي همان مسألہ است .

دو دیدگاه متفاوت در آموزش رياضيات نسبت به حل مسألہ وجود دارد :

- ۱۰- رياضي ياد بدهيم تا دانش آموزان بتوانند مسألہ حل کنند .
- ۲۰- رياضي را با حل مسألہ آموزش بدهيم .

• در دیدگاه اول آموزش ریاضی مطابق با محتوای موضوعی است و مفاهیم متفاوتی تدریس می‌شوند. انتظار داریم دانش‌آموزان با استفاده از دانش ریاضی خود مسائل متفاوت را حل کنند. اما در دیدگاه دوم آموزش ریاضیات از طریق حل مسأله اتفاق می‌افتد. یعنی دانش‌آموز مسأله حل می‌کند و در ضمن آن محتوا و مفاهیم جدید ریاضی را می‌سازد، کشف می‌کند و یاد می‌گیرد. در حال حاضر، دیدگاه دوم در آموزش ریاضیات بیشتر مطرح است. در این نگاه حل مسأله نقطه تمرکز یا قلب تپنده آموزش ریاضیات است.

• حل مسئله : کسب توانایی حل مسئله
از اهداف نهایی آموزش ریاضی است .
این مهارت نیازمند تمامی مهارت ها
و توانایی است که در ریاضی وجود
دارد و به نحوی تمامی مهارت های
ریاضی را به کار می گیرد

مواردی که باید در حل مسئله به آنها توجه شود

- ۱- از طریق حل مسئله : دانش جدید ریاضی بنا شود .
- ۲- از راهبردهای متنوع حل مسئله برای فهمیدن و درک محتوای موضوع مفهومی ریاضی استفاده شود .
- ۳- نمایش های معادل یک مفهوم ریاضی را در تجزیه و تحلیلی مسائل به کار برد .
- ۴- مسائل ریاضی را در ارتباط با محیط پیرامونی درک و حل کند .
- ۵- روش های مختلف نمایش برای توضیح موقعیت های مسئله گونه استفاده کند .
- ۶- راهبردهای متنوع حل مسائل به کار گرفته شوند .
- ۷- توانایی انتخاب راهبرد موثر و کارآمد در جهت حل مسئله خاص ایجاد شود .
- ۸- در یک فعالیت گروهی راهبردهای جدید برای حل یک مسئله پیشنهاد شود و انواع راهبردها مورد نقد و ارزیابی قرار گیرد .
- ۹- فرایند حل یک مسئله ریاضی رصد و تحلیل شود .
- ۱۰- اطلاعات مورد نیاز برای حل یک مسئله بررسی و تعیین شوند و روشهایی برای بدست آوردن اطلاعات انتخاب شود و شاخص هایی برای جواب ها و راه حل های قابل قبول تعریف شود .
- ۱۱- راه حل های ارائه شده در یک مسئله با توجه به موقعیت و شرایط مسئله تفسیر شود .
- ۱۲- روش های گوناگون حل مسئله بررسی و ارزیابی شود .

مراحل حل مسئله

(۱) **فهمیدن مسئله:** برای فهمیدن مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می توانید به درک حل مسئله کمک کند

- مسئله را زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید
- داده ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید
- خواسته های مسئله را معلوم کنید
- شرط های خاص مسئله را جدا کنید
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید

راهبردهای حل مسئله

- (۱) انتخاب راهبرد مناسب: دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می کند تا آنها را مرور و تمرین کنید و بفمید کدام راهبرد برای چه نوع مسئله ای مفید است.
- رسم شکل
 - الگو سازی
 - الگویابی
 - حدس و آزمایش
 - (تفکر نظام
 - زیر مسئله
 - حذف حالت های
 - حل مسئله ساده
 - تر

راهبردهای حل مسئله

(۳) **حل کردن مسئله:** با راهبردی که انتخاب کردید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید.

گاهی اوقات لازم است به مرحله اول رفته و نکته‌ای که به آن توجه نکرده‌اید را پیدا کنید.

راهبردهای حل مسئله

(۴) بازگشت به عقب: با حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی شود. ابتدا پاسخ ریاضی بدست آمده را با موضوع مسئله تفسیر و مقایسه کنید. آیا پاسخ بدست آمده همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب بدست آمده منطقی است؟

می توان مراحل و عملیات مسئله را بررسی کرده یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.

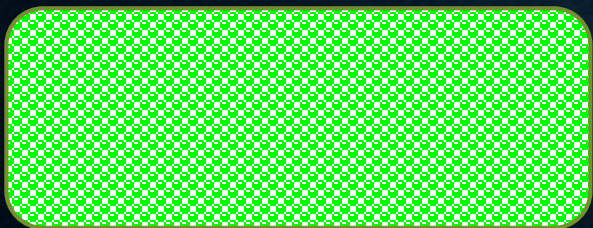
فعالیت رکن اصلی آموزش است

- برای یادگیری هر مطلب مخصوصا ریاضیات ابتدا با مفاهیم آشنا شوید و دانش ریاضی خود را بالا ببرید .
- برای یادگیری ریاضی باید نقش فعالی داشته باشید . فقط شنونده خوبی بودن کافی نیست .
معمولا هر فعالیت (کار در کلاس) یا تمرین یک نکته برای آموزش دارد .
- پس از پایان هر درس خودتان یک نتیجه گیری یا جمع بندی داشته باشید .

روش راهبرد رسم شکل

• معمولاً کشیدن یک شکل مناسب می تواند بطور به حل کامل یا بخشی از مسئله کمک کند ، به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبات نباشد . می توان از اشکال ساده استفاده کرد . همچنین گاهی لازم است فقط شکل را تصور کنید و نیازی به رسم نیست .

• مثال : با غچه ای مستطیل شکل به طول ۵ و عرض ۲ متر داریم اگر بخواهیم دور باغچه با فاصله نیم متر نرده بکشیم ، به چه مقدار نرده احتیاج داریم .



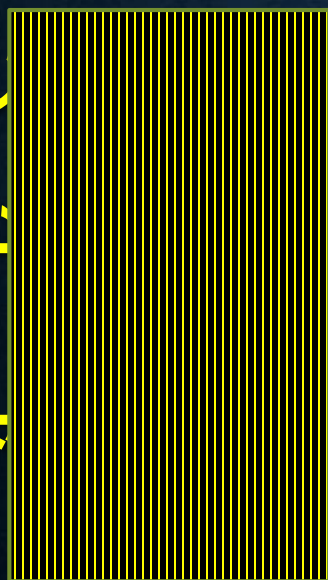
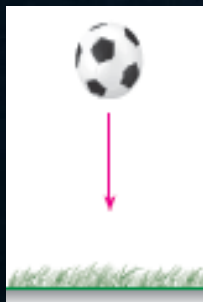
راهبرد رسم شکل

• مثال ۲) شخصی در یک سرسره با هر بار جهش ۱ متر به جلو می رود و نیم متر سر می خورد و عقب گردد. پس از ۶ پرش چه طولی را پیموده است؟



راهبرد رسم شکل

• مثال ۳) توپی از ساختمانی چند طبقه به پایین پرتاب می شود . توپ پس از هر بار زمین خوردن به نصف ارتفاع قبلی خود میرسد . اگر پس از زمین خوردن در ارتفاع ۲ متر باشد ارتفاع ساختمان را مشخص



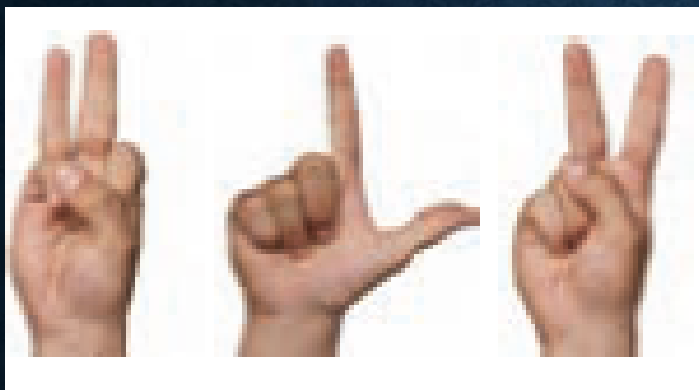
راهبرد الگوسازی

• برای حل بعضی مسائل باید تمامی حالت های ممکن را بنویسید را رسم کنید . و برای آنکه هیچ حالتی فراموش نشود آنها را با نظم و ترتیب مشخصی بنویسید . به این روش راهبرد تفکر نظام دار هم می گویند .

مثال راهبرد الگوسازی

• مثال ۱) کدام دو عدد طبیعی است که حاصلضرب آنها ۲۴ و جمع آنها کمترین مقدار است؟

جمع دو عدد	حاصلضرب	عدد دوم	عدد اول
۲۵	۲۴	۲۴	۱
۱۴	۲۴	۱۲	۲
۱۱	۲۴	۸	۳



مثال ۲) با انگشتان یک دست به
۵ صورت می توان عدد ۱ را نشان
داد. عدد ۲ را به چند صورت
می توان نشان داد.

مثال ۳: با رقم های ۷ و ۲ و ۵ تمام عدد های سه رقمی ممکن را
بنویسید (تکرار مجاز است)

مثال ۴: به چند حالت می توان قیمت ۵ هزار تومانی یک جنس را با
اسکناس های ۵۰۰ تومانی و ۱۰۰۰ تومانی پرداخت کرد؟

راهبرد حذف حالت های نامطلوب

- به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا پاسخ مسئله و حالت های مطلوب بدست آید. برای پیدا کردن تمام حالت های ممکن می توانیم از راهبرد الگوسازی استفاده کنیم.

مثال برای حذف حالت های نامطلوب

• مجموع سن سه کودک ۱۴ سال است

ضرب	جمع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
-----	-----	---------	---------	---------

و حاصلضرب سن آنها ۷۰ سال است.

سن بزرگترین آنها چقدر است؟

(برای پیدا کردن پاسخ را

استفاده از راهبرد الگو سازی

تمام حالت هایی را که ضرب سه

عدد طبیعی برابر ۷۰ می شود را

می نویسیم . و سپس حالت های

نامطلوب را حذف می کنیم .

از تجزیه ۷۰
بدست می آید

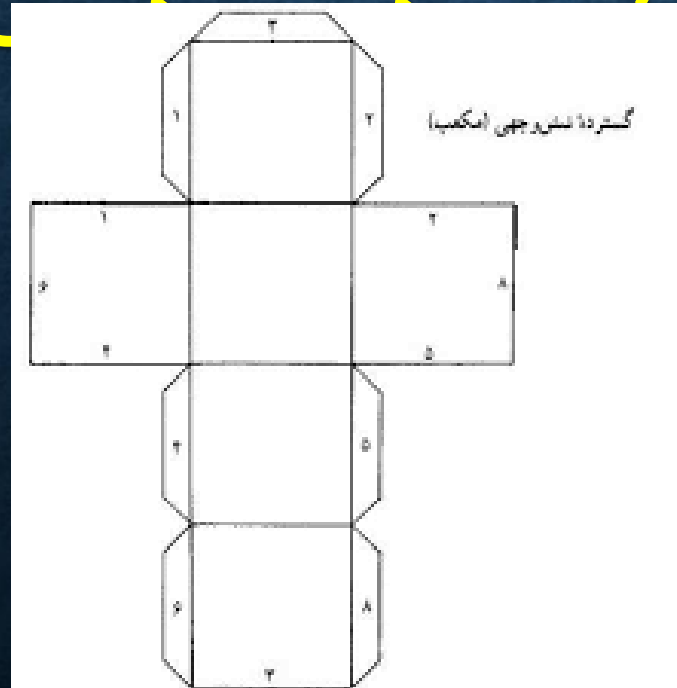
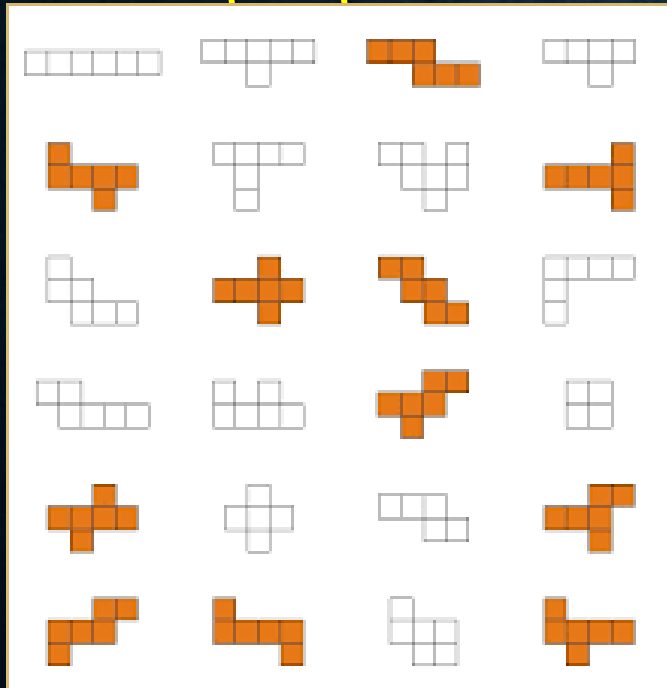
$$۷۰ = ۷ * ۵ * ۲$$

یک بازی

- سئوالات مناسب می توانند به صورت زیر باشند
- آیا عدد مورد نظر ۵۶ است؟
- آیا عدد مورد نظر فرد است؟
- آیا عدد مورد نظر کوچکتر از ۵۰ است؟
- آیا یک رقمی است؟
- آیا عدد مورد نظر مضرب ۵ است؟
- بررسی کنید با کدام نظم می توان زودتر به پاسخ رسید؟

- یک عدد کمتر از ۱۰۰ را در نظر بگیرید . نفر دوم باید با طرح چند سؤال به عدد انتخابی شما برسد . پاسخ شما به نفر دوم فقط می تواند بله یا خیر باشد . چگونه می توان عدد مورد نظر را پیدا کرد ؟

تمام حالت های باز شده یک مکعب
مستطیل را بکشید .
نمی توان با آن
واقعی ساخت را

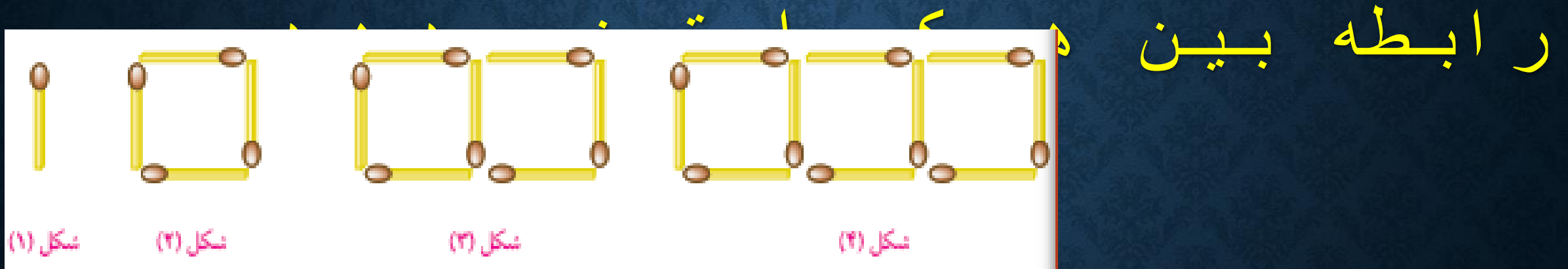


راهبرد الگویابی

• در ریاضی دو نوع الگویابی عدد یا هندسی داریم . در دنباله حسابی یک عدد ثابت به رشته مورد نظر اضافه می شود . در دنباله هندسی هر جمله در یک عدد ثابت ضرب می شود . کشف الگو، رابطه و نظم موجود در دنباله را مشخص می کند تا به خواست مسئله برسیم . این راهبرد در مسئله هایی کاربرد دارد که بین شکل ها یا عدد ها الگو و رابطه خاصی وجود دارد .

مثال برای راهبرد الگویابی

• سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید .



1 , 3 , 7 , 10 , 13 , ...

1 , 4 , 9 , 16 ,

64 , 32 , 16 , 8 ,

یادآوری: الگوهای خطی (دنباله حسابی)

• در الگوهای خطی اختلاف هر دو جمله متوالی عددی ثابت است. و با بدست آوردن هر جمله و رسم آن در محور مختصات می تواند به معادله خطی به صورت $y=ax+b$ رسید. به عبارت دیگر: دنباله ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش بدست آید یک دنباله حسابی نامیده می شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنبال می گوئیم. جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدر نسبت d به صورت $t_n=t_1+(n-1)d$ است.

به طور کلی الگوهایی را که جمله عمومی آنها به صورت $t_n=an+b$ است، الگوهای خطی می نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

a_1	a_2	a_3	a_4	
5	8	11	14	...
				
	+3	+3	+3	

• جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدر نسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

مثال و تمرین : جمله شانزدهم دنباله زیر را بدست آورید .

۴ و ۱۱ و ۱۸ و ۲۵ و ...

یادآوری: دنباله هندسی

دنباله هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم.

جمله n ام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می‌باشد.

• مثال: حمید روز شنبه به بیماری آنفولانزا مبتلا شده است. یکشنبه دو نفر از دوستانش بیماری را از او گرفته باشند و روز دوشنبه این دو نفر، هر یک دو فرد دیگر را بیمار کرده باشند و این الگو ادامه یابد آنگاه نمودار گسترش این دنباله را رسم کنید.

• دنباله عددی را تا ۷ مرحله بنویسید

• تا روز دهم چند نفر به بیماری آنفولانزا مبتلا می شوند؟

راهبرد حدس و آزمایش

- ممکن است حل یک مسئله ، روش و راه حل مستقیم نداشته باشد یا راه رسیدن به آن طولانی و پیچیده باشد . در این موارد موی توان با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی را حدس زد و با توجه به شرایط حدس خود را امتحان کنیم . تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شویم .

• مثال : ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه
چرخه در یک فروشگاه وجود دارند .
اگر تعداد کل چرخها ۴۵ باشد

تعداد دوچرخه	تعداد سه چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	۵۰
۱۲	۸	۴۸
۱۵	۵	

چند دو
فروشگاه

• سؤال : دو زاویه متمم اند . یکی
از این زاویه ها ۳ برابر دیگری
است . اندازه هر زاویه را پیدا
کنید .

راهبرد زیر مسئله

- مسئله های پیچیده و چند مرحله ای را به مراحل ساده تر تبدیل می کنیم .
- فهرستی از زیر مسئله می سازیم و به ترتیب آنها را پاسخ می دهیم . اگر
- ترتیب زیر مسئله ها درست باشد حله هر
- زی مسئله به حل مسئله اصلی و رسیدن به
- جواب نهایی کمک می کند .

• طول ، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲ و ۶ و ۳ متر است. می خواهند کف و دیواره های استخر را رنگ کنند . برای هر مترمربع $۰/۴$ کیلوگرم رنگ لازم باشد برای رنگ کردن کل استخر به چند کیلوگرم رنگ نیازمندیم ؟

• میوه فروشی در یک روز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت ۱۵۰۰ تومان خرید . او هر کیلو سیب را ۳۰۰۰ و پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخته است. میوه فروش چقدر بابت فروش این میوه ها سود کرده است؟

• پس انداز هفتگی یک دانش آموز ۳۰۰۰

تومان است. او می تواند با پس انداز ۵ هفته خود، نصف قیمت کیف را پس انداز کند. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس از انداز ۵ هفته چقدر می شود.

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد قیمت کیف چقدر می شود؟

راهبرد حل مسئله ساده تر

• برای حل بعضی از مسائل، ابتدا مسئله ساده تری که با مسئله اصلی در ارتباط است را حل می کنیم. سپس با استفاده از نتایج و پاسخ های مسئله ساده، به حل مسئله مشکل تر می پردازیم. می توان برای این کار از اعداد کوچکتر، ساده تر یا عددهای تقریبی استفاده کنیم. راهبرد مسئله اصلی را پیدا کنیم و از اعداد اصلی در الگوی کشف شده استفاده کنیم.

• قطر خورشید ۱۳۹۲۵۳۰ کیلومتر و قطر زمین ۱۲۷۵۶/۶ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است



زیر مسئله ساده تر:
قطر خورشید را برابر
۱۰۰۰۰۰۰ کیلومتر و

تقریباً برابر قطر زمین

• اگر ۱۰ نقطه را که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید؟

پاسخ: این کار را با ۳ و ۴ پاره خط امتحان کنید. یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه گیری کنید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

• حاصل عبارت روبرو را بدست آورید

پاسخ: ساده شده مسئله را حل کنید. یک الگو و رابطه کشف کنید

راهبرد روشهای نمادین

• بسیاری از معادلات را به توان با
کمکی نمادهای جبری به یک معادله
تبدیل کنیم یا از مدل سازی هندسی
استفاده کنیم. تبدیل مسئله به شکل
هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش
نمادین یا مدل سازی به شمار می
رود.

- احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟
- استفاده از x یا $\square$ برای نوشتن تساوی یا معادله
$$۳۰۰۰۰ = ۲۰۰۰ + \square * ۴$$

اکبر کتابی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، او بطور متوسط در هر ساعت چند صفحه مطالعه کرده است؟

• یک سالن مستطیل شکل داریم . می
خواهیم در مکانی از سقف این سالن
یک دریچه کولر قرار دهیم به طوری
که از ۴ گوشه سالن به یک فاصله
باشد ، محل دریچه را تعیین کنید .

مسئله زیر را با چه راهبردهایی می توان حل کرد

- یک سوم دانش آموزان یک کلاس و الیبال، یک پنجم فوتبال و مابقی تماشاگر هستند که تعداد آنها ۱۴ نفر است. این کلاس چند دانش آموز دارد؟
- کشاورزی زمین خود را به نسبت های زیر بذر پاشی کرده است
- گندم ۴۵٪ - جو ۳۷٪ - ذرت ۱۷٪
- اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.